LABORATOR#5

EX#1 Fie $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x - 3$, şi formula de aproximare a derivatei $f'(x)$ cu *diferenţe finite ascendente*

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h}, \qquad h > 0\,. \tag{1}$$

Scrieţi un fişier script în MATLAB® care reprezintă grafic erorile absolută şi, respectiv, relativă asociate*formulei de aproximare cu diferenţe finite ascendente* (1) a lui $f'(2)$ ca funcţii de parametrul $h \in \{10^{-1}, 10^{-2}, \ldots, 10^{-20}\}$.

Folosiţi reprezentări grafice formatate, în scală liniară, în scală semilogaritmică în raport cu x, respectiv cu y, şi în scală logaritmică.

EX#2 Fie funcţia $\sin : [-2\pi, 2\pi] \longrightarrow \mathbb{R}$ şi polinomul Taylor de grad n asociat funcţiei $\sin x$ şi punctului $x_0 = 0$

$$T_n(\cdot; x_0) : [-2\pi, 2\pi] \longrightarrow \mathbb{R}\,, \qquad T_n(x; x_0) = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}\,. \tag{2}$$

Folosind cele trei versiuni de reprezentări grafice multiple în aceeaşi figură, să se reprezinte grafic, în aceeaşi figură, funcţiile $\sin x$ şi $T_n(x; x_0)$, $n = 1, 2, 3$, cu $x \in [-2\pi, 2\pi]$.

EX#3 Reprezentaţi grafic, în aceeaşi pagină, funcţiile $f_1, f_2 : [-\pi, \pi] \longrightarrow \mathbb{R}$, $f_1(x) = \dfrac{1 - \cos x}{x^2}$ şi $f_2(x) = \dfrac{\sin^2 x}{x^2(1 + \cos x)}$, considerând $x \in \{10^{-8}, 10^{-7}, \ldots, 10^{-1}\}$ şi $x \in \{\pi - 10^{-1}, \pi - 10^{-2}, \ldots, \pi - 10^{-8}\}$.

Comentaţi rezultatele grafice şi determinaţi o modalitate de calcul cu acurateţe mare a funcţiilor de mai sus în intervalul $[-\pi, \pi]$.

EX#4 (a) Evaluaţi şi reprezentaţi grafic funcţia $y_1(x) = \sqrt{2x^2 + 1} - 1$ pentru 100 valori ale lui $x \in [10^{14}, 10^{16}]$.

Determinaţi o altă modalitate de calcul cu acurateţe mare a funcţiei $y_1(x)$, $x \in [10^{14}, 10^{16}]$, şi reprezntaţi grafic această nouă funcţie $y_2(x)$, $x \in [10^{14}, 10^{16}]$.

(b) Evaluaţi şi reprezentaţi grafic funcţia $z_1(x) = \sqrt{x + 4} - \sqrt{x + 3}$ pentru 100 valori ale lui $x \in [10^{-9}, 10^{-7.4}]$.

Determinaţi o altă modalitate de calcul cu acurateţe mare a funcţiei $z_1(x)$, $x \in [10^{-9}, 10^{-7.4}]$, şi reprezntaţi grafic această nouă funcţie $z_2(x)$, $x \in [10^{-9}, 10^{-7.4}]$.

EX#5 Calculaţi următoarea expresie

$$S_n(\lambda) = \sum_{k=0}^{n} \frac{\lambda^k}{k!} \mathrm{e}^k\,, \qquad \lambda = 100 \quad n = 155\,, \tag{3}$$

cu şi fără aşa-numita structură ”*nested computation*”.

EX#6 Reprezentaţi grafic, folosind comanda MATLAB® `fplot`, cicloida dată de ecuaţiile parametrice

$$x(\rho, \theta) = \rho(\theta - \sin\theta)\,, \qquad y(\rho, \theta) = \rho(\theta - \cos\theta)\,, \tag{4}$$

pentru $\rho = 1.5$ şi $\theta \in [0, 4\pi]$.

EX#7 Reprezentaţi grafic funcţia $f : [-5, 5] \longrightarrow \mathbb{R}$ definită prin

$$f(x) = \begin{cases} x^2\,, & x \in (-2, 0) \\ x^3\,, & x \in [0, 3) \\ x^2 + 18\,, & x \in [3, 4) \\ 0\,, & \text{altfel}\,. \end{cases} \tag{5}$$

EX#8 Scrieţi un fişier script în care calculează soluţia numerică, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, a sistemului de ecuaţii liniare $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, unde $\mathbf{A} \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ este o matrice superior triunghiulară, $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$, iar $\mathbf{A}$ şi $\mathbf{b}$ sunt date în câte un fişier de date, de unde se citesc în fişierul script.

Indicaţie: Trebuie verificate următoarele condiţii:

(i) $\mathbf{A}$ este o matrice pătratică;
(ii) $\mathbf{A}$ este o matrice superior triunghiulară;
(iii) $\mathbf{A}$ este o matrice inversabilă;
(iv) $\mathbf{A}$ şi $\mathbf{b}$ sunt compatibili.

Dimensiunea sistemului se determină din dimensiunile matricei $\mathbf{A}$ şi a vectorului $\mathbf{b}$.

OBSERVAŢIE: Toate graficele trebuie *formatate* corespunzător, i.e. etichete pe axe (font Arial, dimensiune 12pt), titlul graficului (font Times New Roman, dimensiune 14pt) şi, acolo unde este cazul, legenda figurii, şi trebuie salvate ca fişiere `*.eps`, `*.png` sau `*.jpeg`.